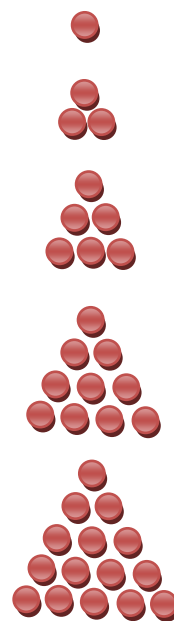




Треугольные числа

Одинаковые шары можно укладывать на плоскости так, чтобы они образовывали различные фигуры – треугольники, квадраты, шестиугольники и т. д. Рассмотрим «упаковки» шаров в равносторонние треугольники. На рисунке изображены первые пять таких треугольников. Чтобы получить шестой треугольник, надо к пятому пририсовать один ряд в шесть шаров; чтобы получить седьмой, надо к шестому пририсовать ряд в семь шаров и т. д.



Нарисуйте в тетради восемь таких треугольников.

Числа, которые показывают, сколько шаров содержится в треугольниках, называют **треугольными**. Подсчитаем с помощью рисунка несколько первых треугольных чисел и составим таблицу.

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Треугольное число	1	3	6	10	15	?	?	?	

А можно ли продолжить таблицу дальше, без помощи рисунков? Сделать это совсем просто, если понять правило, по которому каждое следующее треугольное число получается из предыдущего. Посмотрите на таблицу: третье треугольное число получается, если ко второму

прибавить число 3, т. е. его номер; четвертое треугольное число получается добавлением к третьему числу 4 и т. д.

А можно ли найти какое-нибудь треугольное число, не вычисляя всех предыдущих? Попробуем найти треугольное число под номером 10.

Десятое треугольное число равно сумме:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10.$$

Для подсчета этой суммы запишем ее слагаемые в обратном порядке и расположим суммы одна под другой:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10.$$

$$10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1.$$

Сумма каждой пары, расположенных друг под другом, равна 11. Всего таких сумм 10. Поэтому удвоенная сумма равна $10 \cdot 11$. А само треугольное число $(10 \cdot 11) : 2 = 55$.

Треугольные числа связаны с именем великого древнегреческого математика и философа Пифагора, который жил в VI в. До н. э.

Пифагор использовал квадратные, пятиугольные числа.

У него не только плоские фигуры изображали числа. Были также и пирамидальные числа, и кубические ...



Попробуй сам!

1.

а) Шары укладывают в равносторонние треугольники. В пятнадцатом



треугольнике 120 шаров. Сколько шаров в 16-ом треугольнике? В четырнадцатом?

б) Заполни указанную часть таблицы.

№	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Треугольное число				240					

2.

- а) Шары уложили в равносторонний треугольник, в котором 25 рядов. Сколько потребовалось шаров?
- б) Чему равно треугольное число с номером 35? С номером 50? С номером 1000?

3.

- а) Несколько шаров уложили на плоскости в равносторонний треугольник – остались лишними 3 шара. А когда построили треугольник, сторона которого содержит на 1 шар больше, то не хватило 4 шаров. Сколько было шаров?
- б) Несколько шаров уложили на плоскости в равносторонний треугольник – остались лишними 24 шара. А когда построили треугольник, сторона которого содержит на один шар больше, то не хватило 11 шаров. Сколько было шаров?
4. В каком порядке идут четные и нечетные числа в последовательности треугольных чисел? Четным или нечетным является число с номером 17, 18, 19, 20? Четным или нечетным является число с номером 60, 78, 35?
5. Найдите сумму:
- а) 15-го и 16-го треугольных чисел;
- б) 47-го и 48-го треугольных чисел.