



Последняя цифра

Когда два числа складываются в столбик, последняя цифра суммы зависит только от *последних цифр* слагаемых, а остальные их цифры на нее ни как не влияют. Точно так же при вычитании и умножении последняя цифра результата зависит только от последних цифр данных чисел.

Поэтому при нахождении последних цифр сложного числового выражения, составленного из сумм и произведений, многозначные числа можно заменять их последними цифрами. Например, найдем последнюю цифру суммы:

$$636 \cdot 742 + 6573 \cdot 7848 + 262 \cdot 591 \cdot 679.$$

Для этого сначала найдем последние цифры каждого произведения

2 ($6 \cdot 2 = 12$), 4 ($3 \cdot 8 = 24$), 8 ($2 \cdot 1 \cdot 9 = 18$). Сумма $2 + 4 + 8 = 14$, следовательно, последняя цифра данной суммы 4.

Если в выражении имеется разность, то так просто решение может не получиться. Например, действуя таким же образом, мы получили бы, что последняя цифра выражения

$$5871 \cdot 741 + 8403 \cdot 4118 - 653 \cdot 111 \cdot 61673$$

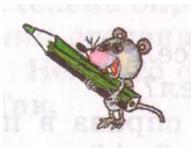
Есть $1 \cdot 1 + 3 \cdot 8 - 3 \cdot 1 \cdot 3 \rightarrow 1 + 4 - 9$, что невозможно. Но наше рассуждение можно подправить: Последняя цифра первого слагаемого та же самая, что у числа 11, и поэтому последняя цифра у заданного «большого числа» та же самая, что и у $11 + 4 - 9$, т. е. 6.

Степень числа – это произведение одинаковых множителей. Поэтому последняя цифра степени определяется последней цифрой основания степени.

Немного сложнее обстоит дело с делением. Так, $24 : 8 = 3$, $64 : 8 = 8$.

В обоих случаях делитель и делимое оканчиваются на 4 и на 8, а частное в одном случае оканчивается на 3, в другом – на 8. Однако и в этом более сложном случае некоторые выводы о последней цифре частного можно делать.

Например, если делимое оканчивается на 4, а делитель – на 3, то частное обязательно оканчивается цифрой 8; при умножении последней цифры частного на последнюю цифру делимого 3 должно получиться 4, а таким свойством обладает только цифра 8. А если делимое оканчивается на 4, а делитель – на 6, то последняя цифра частного или 4, или 9 – и никакая другая.



Попробуй сам!

1. Найдите последние цифры чисел:

а) $151 + 152 + 153 + 154 + 155 + 156 + 157 + 158 + 159$;

б) $151 \cdot 152 \cdot 153 \cdot 154 \cdot 155 \cdot 156 \cdot 157 \cdot 158 \cdot 159$;

в) $11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot \dots \cdot 29$;

г) $12 \cdot 123 + 13 \cdot 134 + 14 \cdot 145 + 15 \cdot 156 + 16 \cdot 167 + 17 \cdot 178$;

д) $154 \cdot 28 + 814 \cdot 318 + 774 \cdot 458 + 314 \cdot 398 + 654 \cdot 218$;

е) $12 \cdot 123 - 13 \cdot 134 + 14 \cdot 145 - 15 \cdot 156 + 16 \cdot 167$;

ж) $154 \cdot 628 - 814 \cdot 318 + 774 \cdot 458 - 314 \cdot 398 + 654 \cdot 218$;

з) $1999 \cdot 1999 \cdot 1999 \cdot 1999 \cdot 1999 \cdot 1999 \cdot 1999$.

2. Какой цифрой оканчивается:

а) сумма всех однозначных чисел;

б) сумма всех двузначных чисел;

в) сумма всех трехзначных чисел;

г) сумма всех стозначных чисел?

3. Какой цифрой оканчивается:

а) произведение всех однозначных чисел, не равных нулю;

б) произведение всех трехзначных чисел;

в) произведение всех стозначных чисел?

4. Найдите первую, не равную нулю цифру справа в произведении:

а) первых семи натуральных чисел;

б) первых десяти натуральных чисел;

в) первых шестнадцати натуральных чисел;

г) первых двадцати натуральных чисел?

5. Замените многоточие любым числом так, чтобы получилось верное равенство (там, где это невозможно, объясните почему):
- а) ... 3: ... 8 = ... 2 ;
 - б) ... 4: ... 6 = ... 4 ;
 - в) (... 3: ... 9: ... 7) · ... 4: ... 3 = ... 6 .
6. Продолжите фразу:
- а) квадрат натурального числа может оканчиваться только цифрами ...;
 - б) куб натурального числа может оканчиваться только цифрами
7. Среди чисел $18 \cdot 96$, $22 \cdot 88$, $51 \cdot 97$ одно является квадратом. Какое?
8. Даны сто последовательных степеней числа 2: $2, 2^2, 2^3, 2^4, \dots, 2^{100}$. Перечислите последние цифры значений этих степеней. Сколько различных цифр получилось?
9. Найдите последние цифры степеней числа 2 с показателями, равными 32, 69, 469, 1995, 19951995.
10. Найдите последнюю цифру суммы кубов натуральных чисел:
- а) от 1 до 10;
 - б) от 1 до 100.
11. Рассмотрим сумму $1^1 + 2^2 + 3^3 + \dots + 100^{100}$.
- а) Какой цифрой оканчивается сумма первых пяти ее слагаемых?
 - б) Какой цифрой оканчивается сумма десяти ее слагаемых?
 - в) Может ли сумма нескольких первых ее слагаемых оканчиваться цифрой 0, 1, 5, 6?